UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Fakultät für Physik
Prof. Dr. R. Schützhold
Dr. N. Szpak

Newtonsche Mechanik

Termin: 26.1.2012

Blatt 12

Übung 1 (Billard-Kugeln) (6+6 Punkte)

a) Eine Billard-Kugel mit Masse m_1 und Anfangsgeschwindigkeit $v_1 > 0$ trifft auf eine zweite Billard-Kugel mit Masse m_2 im Stillstand $v_2 = 0$ und stößt mit ihr elastisch (d.h. Gesamt-Energie und -Impuls bleiben erhalten). Die Bewegung erfolgt in einer Dimension. Finden Sie die Geschwindigkeiten v_1' und v_2' beider Kugeln nach dem Stoß. Für welche Parameter m_1, m_2 bleibt die erste Kugel stehen $v_1' = 0$, wann rollt sie weiter $v_1' > 0$ und wann kommt sie zurück $v_1' < 0$?

b) Ähnlich wie oben, stoßen jetzt die Billard-Kugeln in zwei Dimensionen. Die Massen beider Kugeln sind gleich $m_1 = m_2$. Beim Stoßparameter $b > 0$ erfolgt die Bewegung beider Kugeln nach dem Stoß in zwei verschiedene Richtungen mit den Winkeln θ_1, θ_2 (gemessen von der Richtung der Anfangsgeschwindigkeit $\vec{v}_1$). Zeigen Sie, dass $|\theta_1 - \theta_2| = 90°$ für alle $b > 0$ gilt.

Übung 2 (Potential-Streuung) (8 Punkte)

Betrachten Sie die Streuung eines Teilchens mit Masse m an einem Potential

$$V(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{k}{2}(R^2 - \vec{r}^2), & |\vec{r}| < R \\ 0, & |\vec{r}| > R. \end{cases}$$

Das Teilchen trifft auf das Potential mit dem Stoßparameter b und wird für $|\vec{r}| < R$ durch die Kraft $\vec{F}(\vec{r}) = k\vec{r}$ um den Winkel Θ abgelenkt. Um den Streuwinkel Θ zu berechnen, betrachten Sie folgende Näherung. Nehmen Sie an, die Energie E des Teilchens sei sehr groß im Vergleich zum Potential $E \gg kR^2/2$, so dass das Teilchen nur sehr wenig $\Theta \ll 1$ von seiner ursprünglichen Bahn

$$\vec{r}_{\mathrm{u}}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0\, t = b\, \vec{e}_y + v_0\, t\, \vec{e}_x$$

abgelenkt wird und sich durch das Potential mit fast konstanter Geschwindigkeit $\vec{v}_0$ bewegt. Die Ablenkung finden Sie in dieser Näherung, indem Sie die Bewegungsgleichung

$$m\, \ddot{\vec{r}}(t) = \vec{F}\,[\vec{r}(t)] \approx \vec{F}\,[\vec{r}_{\mathrm{u}}(t)]$$

entlang dieser ursprünglichen Bahn $\vec{r}_{\mathrm{u}}(t)$ integrieren.
Finden Sie den Stoßparameter b bei dem der Streuwinkel Θ maximal ist.