

# Newtonsche Mechanik

Termin: 10.11.2011

## Blatt 4

### Übung 1 (Radioaktiver Zerfall)

(6 Punkte)

Radioaktiver Zerfall wird durch die Differentialgleichung

$$\dot{N}(t) = -\beta(t)N(t)$$

beschrieben, wobei  $N(t)$  die Menge des radioaktiven Materials zur Zeit  $t$  ist. Hier sei die Zerfallskonstante  $\beta(t)$  zeitabhängig:

a)  $\beta(t) = \beta_0(1 + t)$ ,

b)  $\beta(t) = \beta_0/(1 + t)$ .

Finden Sie die Funktion  $N(t)$  bei der Anfangsbedingung  $N(0) = N_0$ .

### Übung 2 (Eindimensionale Bewegung mit Stokes-Reibung)

(9 Punkte)

Lösen Sie die Bewegungsgleichung

$$m \ddot{x}(t) = F_0 - \beta \dot{x}(t) \quad (m, F_0, \beta > 0)$$

einer Punktmasse, die ihre Bewegung mit den Anfangsdaten  $x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$  beginnt. Ist die Reichweite  $x(t \rightarrow \infty)$  endlich? Berechnen Sie  $v(t \rightarrow \infty)$  und interpretieren Sie das Resultat anschaulich. Skizzieren Sie  $x(t)$  und  $v(t)$ .

### Übung 3 (Eindimensionale Bewegung mit Newton-Reibung)

(9 Punkte)

Lösen Sie die Bewegungsgleichung

$$m \ddot{x}(t) = F_0 - \gamma \dot{x}^2(t) \operatorname{sign}(\dot{x}) \quad (m, F_0, \gamma > 0)$$

einer Punktmasse, die ihre Bewegung mit den Anfangsdaten  $x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$  beginnt. Ist die Reichweite  $x(t \rightarrow \infty)$  endlich? Berechnen Sie  $v(t \rightarrow \infty)$  und interpretieren Sie das Resultat anschaulich. Skizzieren Sie  $x(t)$  und  $v(t)$ .

Hinweise:

$$\int \frac{dx}{1-x^2} = \operatorname{artanh}(x)$$

Das Integral

$$\int \tanh(x) dx$$

kann durch Substitution  $y = \cosh(x)$  berechnet werden.

Bei dieser Bewegung ist  $\dot{x}(t)$  stets positiv, also  $\operatorname{sign}(\dot{x}) = 1$ .