Fakultät für Physik
Prof. Dr. R. Schützhold
Dr. N. Szpak

Newtonsche Mechanik

Termin: 24.11.2011

Blatt 6

Übung 1 (Taylor-Reihe) (12 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen

a) $\ddot{x}(t) = \alpha + \beta\, t$

b) $\ddot{x}(t) = \alpha\, e^{-\beta t}$

c) $\ddot{x}(t) + \gamma\, \dot{x}(t) = 0$

d) $\ddot{x}(t) + \omega^2\, x(t) = 0$

über die Taylor-Reihe, d.h. benutzen Sie den Ansatz

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n\, t^n$$

und bestimmen Sie die Koeffizienten c_n aus den Anfangsbedingungen $x(0) = x_0$ und $\dot{x}(0) = v_0$. Versuchen Sie dann die Reihe zu summieren, d.h. einen geschlossenen Ausdruck für $x(t)$ zu finden.

Übung 2 (Harmonischer Oszillator mit Dämpfung und Antrieb) (12 Punkte)

Finden Sie eine (partikuläre) Lösung der inhomogener linearer Differentialgleichung

$$\ddot{x}(t) + \gamma\, \dot{x}(t) + \omega_0^2\, x(t) = f(t) = \frac{F_A(t)}{m}$$

für folgende Antriebskräfte

a) $f(t) = \alpha + \beta\, t$

b) $f(t) = \alpha\, \cos(\Omega t)$.

Für den Fall b), nutzen Sie den Ansatz $x(t) = A\, \cos(\Omega t + \phi)$ und berechnen Sie A und ϕ. Für welche Frequenz ω_0 wird die Amplitude A bei gegebenen α, γ, Ω maximal? Skizzieren Sie $A(\omega_0)$ und $\phi(\omega_0)$.

Hinweis: Nutzen Sie die Additionstheoreme

$$\cos(\phi + \chi) = \cos(\phi)\cos(\chi) - \sin(\phi)\sin(\chi)$$

$$\sin(\phi + \chi) = \sin(\phi)\cos(\chi) + \cos(\phi)\sin(\chi)$$

um den Ansatz auf die Form $x(t) = B\, \cos(\Omega t) + C\, \sin(\Omega t)$ zu bringen und berechnen Sie B und C.