

# Allgemeine Relativitätstheorie

Termin: 27.10.2015

## Blatt 1

### Übung 1 (Lorentz-Transformation)

Betrachten Sie eine Lorentz-Transformation  $\Lambda$  in  $x$ -Richtung. In dem ruhenden Bezugssystem gegeben sei ein Geschwindigkeits-Vektor  $v^\mu = (1, 0, 0, 0)$  und ein Impuls-Kovektor  $p_\mu = (m, 0, 0, 0)$ . Finden Sie die Komponenten dieser beiden Objekte in dem transformierten Bezugssystem, d.h.  $v^{\mu'}$  und  $p_{\mu'}$  und berechnen Sie den nichtrelativistischen Limes  $|v| \ll c$ . Interpretieren Sie diesen, indem Sie die richtigen Einheiten (von  $c$ ) einsetzen.

Berechnen Sie auch explizit die Komponenten der Metrik  $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(+1, -1, -1, -1)$  in dem transformierten Bezugssystem, d.h.  $\eta_{\mu'\nu'}$ .

### Übung 2 (Konstante Beschleunigung)

Lösen Sie die Bewegungsgleichung eines in  $x$ -Richtung uniform beschleunigten Beobachters, für den gilt

$$\frac{dp}{dt} = F = \text{const.}$$

wobei  $p = m\gamma v$  der relativistische Impuls ist. Finden Sie  $x(t)$  für alle Zeiten  $t$ .

Zusatzfrage: Wie sind die Komponenten des Kraft Vierer-Vektors  $F_\mu$ , der die relativistische Gleichung

$$\frac{dp_\mu}{ds} = F_\mu$$

erfüllt?

### Übung 3 (Kronecker-Tensor und Levi-Civita-Symbol)

Zeigen Sie, dass die Komponenten des Kronecker-Tensors  $\delta_{\nu'}^{\mu'}$  in allen Koordinaten die gleichen sind, d.h.  $\delta_{\nu'}^{\mu'} = \delta_{\nu}^{\mu}$  (unabhängig von der Dimension), und berechnen Sie die Transformation des 3-dimensionalen Levi-Civita-Symbols  $\varepsilon^{i'j'k'}$  (komponentenweise). Wie transformiert sich das 4-dimensionale  $\varepsilon^{\mu'\nu'\lambda'\sigma'}$ ?