Fakultät für Physik
Dr. N. Szpak
E. Kleinherbers

# Quantenfeldtheorie

Termin: 15.04.2019

## Blatt 1

### Übung 1 (Kanonische Mechanik)

Betrachten Sie ein geladenes Teilchen mit Ladung $q$ im elektromagnetischen Feld, gegeben durch das Skalar- $V(t,\vec{r})$ und Vektorpotential $\vec{A}(t,\vec{r})$. Die Lagrange Funktion hat die Form

$$L = \frac{1}{2} m \dot{\vec{r}}^2 + q \dot{\vec{r}} \cdot \vec{A} - q V.$$

Bestimmen Sie den kanonisch konjugierten Impuls $\vec{p}$ und den Hamiltonian $H$. Berechnen Sie $\ddot{\vec{r}}$ über die Euler-Lagrange-Gleichungen. Bestimmen Sie $\dot{\vec{r}}$ und $\dot{\vec{p}}$ als Funktionen von $\vec{r}$ und $\vec{p}$ über die Hamilton-Gleichungen.

### Übung 2 (Erhaltungsgrößen)

Für die Lagrange-Funktion $L = \frac{1}{2} m \dot{\vec{r}}^2 - V(t,\vec{r})$ mit

a) $V(\vec{r}) = \frac{1}{2}\kappa \vec{r}^2$ mit konstantem $\kappa$,

b) $V(t,\vec{r}) = \alpha(x^2 + y^2)\sin(\omega t)$ mit konstanten $\alpha, \omega$,

c) $V(\vec{r}) = \beta\rho^2 \sin^2(\phi + \alpha z)$ mit konstanten $\alpha, \beta$ in Zylinderkoordinaten

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho\cos\phi \\ \rho\sin\phi \\ z \end{pmatrix},$$

wo der Gradient die folgende Form annimmt

$$\vec{\nabla} V = \frac{\partial V}{\partial z}\vec{e}_z + \frac{\partial V}{\partial \rho}\vec{e}_\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial V}{\partial \phi}\vec{e}_\phi,$$

d) $V(t,\vec{r}) = \sin(\vec{k}\cdot\vec{r})e^{-\gamma t^2}$ mit konstanten $\vec{k}, \gamma$,

e) $V(\vec{r}) = f(\vec{k}\times\vec{r})$ mit konstantem $\vec{k}$

finden Sie möglichst viele Erhaltungsgrößen.

### Übung 3 (Anharmonischer Quanten-Oszillator)

Für den schwach anharmonischen Oszillator mit ($\hbar = 1$)

$$\hat{H} = \frac{1}{2}(\hat{p}^2 + \hat{q}^2) + \lambda\hat{q}^4 = \hat{H}_0 + \lambda\hat{H}_1$$

berechnen Sie die Verschiebung $\Delta E$ der Grundzustandsenergie in erster Ordnung der Störungstheorie

$$\Delta E = \lambda \langle 0 | \hat{H}_1 | 0 \rangle .$$

Setzen Sie dazu $\hat{q} = (\hat{a} + \hat{a}^\dagger)/\sqrt{2}$ ein und nutzen Sie nur die algebraischen Eigenschaften $\hat{a}|0\rangle = 0$ und $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ der Erzeuger $\hat{a}^\dagger$ und Vernichter $\hat{a}$.