UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Dr. N. Szpak
Fakultät für Physik

Allgemeine Relativitätstheorie

Termin: 15.01.2019

Blatt 12

Übung 1 (Erhaltungsgrößen für Killing–Vektoren)

Zeigen Sie, dass $E = u^\mu K_\mu$ eine Erhaltungsgröße entlang der Geodäte

$$\frac{du^\mu}{ds} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta}\, u^\alpha\, u^\beta = 0$$

ist, d.h. $\frac{dE}{ds} = 0$, wenn K_μ ein Killing–Feld ist (d.h. $\nabla_{(\mu} K_{\nu)} = 0$).
Hinweis: Nutzen Sie

$$\frac{du^\mu}{ds} = u^\nu\, \partial_\nu u^\mu \qquad \text{und} \qquad \frac{dE}{ds} = u^\nu\, \partial_\nu E = u^\nu\, \nabla_\nu E.$$

Übung 2 (Killing–Feld und Erhaltungsgröße für rotationssymmetrische Metrik)

Für eine allgemeine rotationssymmetrische Metrik

$$g_{ij}(\rho, \varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & f^2(\rho) \end{pmatrix}, \qquad ds^2 = d\rho^2 + f^2(\rho)\, d\varphi^2$$

finden Sie das Killing–Vektorfeld $K_\mu(\rho, \varphi)$ für die Rotationssymmetrie (Translation in φ) und die dazu gehörige entlang den Geodäten erhaltene Größe (s. Übung 1). Interpretieren Sie diese (z.B. im flachen Fall $f(\rho) = \rho$).
Hinweis: Suchen Sie das Killing–Feld in der Form: $K_\mu(\rho, \varphi) = (0, h(\rho))$.